

Nome completo: _____

N.º aluno: _____

N.º caderno: _____

- (4.0) 1. Assinale com uma cruz sobre **V** para verdadeiro ou sobre **F** para falso, o valor lógico de cada uma das seguintes respostas. Cada resposta correcta vale 1.0 valores, cada resposta incorrecta desconta 0.1 valores e cada não resposta nada desconta.

Numa determinada loja 8.4% dos clientes compram uma lata de tinta e um pincel. Dos clientes que compram um pincel, 28% dos clientes compram uma lata de tinta e dos clientes que **não** compram um pincel, 82% compram uma lata de tinta. Para um cliente desta loja escolhido ao acaso:

- ☐ **V** ☐ **F** A probabilidade de comprar um pincel é 0.300.
☐ **V** ☐ **F** A probabilidade de **não** comprar uma lata de tinta, sabendo que **não** comprou um pincel é 0.100.
☐ **V** ☐ **F** A probabilidade de comprar uma lata de tinta é 0.658.
☐ **V** ☐ **F** A probabilidade de comprar um pincel sabendo que comprou uma lata de tinta é 0.200.

- (4.0) 2. Assinale com uma cruz sobre **V** para verdadeiro ou sobre **F** para falso, o valor lógico de cada uma das seguintes respostas. Cada resposta correcta vale 1.0 valores, cada resposta incorrecta desconta 0.1 valores e cada não resposta nada desconta.

As batatas colhidas num pomar são classificadas de acordo com o seu peso em três categorias: pequenas, médias e grandes. As pequenas são aquelas cujo peso é inferior a 45 gramas e as grandes têm um peso que excede **a** gramas. Suponha que o peso de uma batata (em gramas) é uma variável aleatória X , que se admite ter distribuição Normal com valor médio 60 gramas e desvio padrão 15 gramas.

- ☐ **V** ☐ **F** A probabilidade de uma batata escolhida ao acaso ser classificada como pequena é 0.1587.
☐ **V** ☐ **F** Se 15.87% das batatas colhidas são classificadas como grandes, então $a = 65$.
☐ **V** ☐ **F** Enchem-se sacos com 9 batatas escolhidas ao acaso. A probabilidade de um saco vir a pesar entre 540 e 600 gramas é 0.4082.
☐ **V** ☐ **F** 70.00% das batatas colhidas são classificadas como médias.

- (4.0) 3. Assinale com uma cruz sobre **V** para verdadeiro ou sobre **F** para falso, o valor lógico de cada uma das seguintes respostas. Cada resposta correcta vale 1.0 valores, cada resposta incorrecta desconta 0.1 valores e cada não resposta nada desconta.

Num armazém encontra-se um lote de 10000 latas de um certo produto alimentar. Neste lote, 500 latas já ultrapassaram o prazo de validade. O organismo responsável pelo controlo de qualidade vai analisar uma amostra de latas e aí registar o número X de latas que ultrapassaram o prazo de validade.

- ☐ **V** ☐ **F** Para uma amostra de 20 latas seleccionadas sem reposição, X tem distribuição Hipergeométrica de parâmetros (10000, 500, 20).
☐ **V** ☐ **F** Se forem recolhidas 20 latas com reposição, a probabilidade de nesta amostra se encontrarem latas que ultrapassaram o prazo de validade é 0.64 (valor arredondado às centésimas).
☐ **V** ☐ **F** Numa amostra de 20 latas seleccionadas com reposição, o desvio padrão de X é 0.95.
☐ **V** ☐ **F** Numa amostra de 40 latas recolhidas com reposição, a probabilidade aproximada de se observar no máximo uma lata que ultrapassou o prazo de validade é $3e^{-2}$.

(5.0) 4. Seja (X, Y) um par aleatório discreto tal que:

- A v.a. X tem suporte $D_X = \{0, 1\}$ e o suporte da v.a. Y é $D_Y = \{-1, 1\}$;
- $P(X = 0) = 0.5$ e $P(Y = 1) = 0.6$;
- $P(X = 1; Y = 1) = p$.

- Sob a forma de tabela, apresente a função de probabilidade do par aleatório (X, Y) .
- Quais as limitações para o valor de p ?
- Qual o valor de p que garante que $cov(X, Y) = 0$?
- Diga justificando se, para $p = 0.3$, X e Y são v.a.'s independentes.
- Se exigirmos que $P(X + Y = 2) = 0.2$, qual deverá ser o valor de p ?

(3.0) 5. Numa sapataria, o tempo (em minutos) entre chegadas de clientes é uma v.a. T contínua com função densidade de probabilidade:

$$f_T(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{25}e^{-t/25}, & t \geq 0 \end{cases}$$

Justique as seguintes afirmações:

- T tem distribuição exponencial de parâmetros $(0, 25)$.
- $P(T > 45 | T > 25) = P(T > 20)$.
- O número de clientes que chegam durante uma hora de atendimento tem distribuição de Poisson com parâmetro 2.4.

Distribuições discretas				
Distribuição	Função probabilidade	Suporte	Valor médio	Variância
$H(N, M, n)$	$\binom{M}{k} \binom{N-M}{n-k} / \binom{N}{n}$	$\max(0, M + n - N) \leq k \leq \min(M, n)$	nM/N	$\frac{nM(N-M)(N-n)}{N^2(N-1)}$
$B(n, p)$	$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$	$0 \leq k \leq n$	np	$np(1-p)$
$P(\lambda)$	$e^{-\lambda} \lambda^k / k!$	$k \in \mathbb{N}_0$	λ	λ
Distribuições contínuas				
Distribuição	Função densidade	Suporte	Valor médio	Variância
$U[a, b]$	$\frac{1}{b-a}$	$a \leq x \leq b$	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/12$
$E(\lambda, \delta)$	$\frac{1}{\delta} e^{-(x-\lambda)/\delta}$	$x \geq \lambda$	$\lambda + \delta$	δ^2
$N(\mu, \sigma^2)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$	$x \in \mathbb{R}$	μ	σ^2

FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NORMAL REDUZIDA

$$\Phi(z) = P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}t^2\right) dt$$



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9990	.9993	.9995	.9997	.9998	.9998	.9999	.9999	1.0000