

# Teste Intermédio da UC de Teoria da Computação (LEI, FCT UNL)

29 Outubro 2011

Responda aos vários grupos em folhas separadas, bem identificadas. Cada grupo vale 5 valores em 20.

## Grupo I

Nas perguntas 1 a 3, deverá escolher a opção correcta e justificar brevemente.

- Defina o conjunto de números naturais que podem ser resto da divisão inteira por 8 de algum número natural.
  - $\{n \in NAT \mid \exists m \in NAT. n = m/8\}$
  - $\{n \in NAT \mid 0 \leq n < 8\}$
  - $\{n \in NAT \mid \forall m \in NAT. n = m/8\}$
  - $\{0, 1, 2, \dots, 8\}$
  - Nenhuma das anteriores.
- Defina a função  $f$  que mapeia cada número  $FLOAT$  no maior número  $INT$  menor que  $q$ . Por exemplo  $f(3.2) = 3$ ,  $f(-2.4) = -3$ ,  $f(3) = 2$ .
  - $f =_{def} \{q \mapsto i \in FLOAT \times \wp(INT) \mid i < q \wedge \forall m \in INT. (m < q \implies m \leq i)\}$
  - $f =_{def} \{q \mapsto i \in FLOAT \times INT \mid i \leq q\}$
  - $f =_{def} \{q \mapsto i \in FLOAT \times INT \mid i < q \wedge \forall m \in INT. (m < q \implies m \leq i)\}$
  - $f =_{def} \{q \mapsto i \in FLOAT \times INT \mid i < q\}$
  - Nenhuma das anteriores.
- Defina a função  $f$  que recebe um conjunto  $F$  de números  $FLOAT$  e devolve o conjunto dos números  $INT$  em  $F$ . Por exemplo  $f(\{1.2, -4, -3.5, 3\}) = \{-4, 3\}$ . Note que  $INT \subset FLOAT$ .
  - $\{s \mapsto i \in \wp(FLOAT) \times INT \mid i \in s\}$
  - $\{s_1 \mapsto s_2 \in \wp(FLOAT) \times \wp(INT) \mid \forall i \in FLOAT. ((i \in s_1 \wedge i \in INT) \Leftrightarrow i \in s_2)\}$
  - $\{s_1 \mapsto s_2 \in \wp(FLOAT) \times \wp(INT) \mid \forall i \in INT. i \in s_1 \implies i \in s_2\}$
  - $\{s_1 \mapsto s_2 \in \wp(FLOAT) \times \wp(INT) \mid \forall i \in INT. i \in s_2 \implies i \in s_1\}$
  - Nenhuma das anteriores.
- Considere o conjunto  $DNA \triangleq \{A, T, C, G\}$ .
  - Dado um subconjunto  $S$  de  $DNA$  defina o conjunto  $P$  de todos os subconjuntos de  $DNA$  que contêm  $S$ . Por exemplo, se  $S = \{A, T\}$  então  $P = \{\{A, T\}, \{A, T, C\}, \{A, T, G\}, \dots\}$ .
  - Defina a função  $block$  que recebe um subconjunto  $S$  de  $DNA$  e devolve o conjunto de todos os subconjuntos de  $DNA$  que não têm elementos de  $S$ . Por exemplo,  $block(\{A, T, C\}) = \{\emptyset, \{G\}\}$  e  $block(\{G, T\}) = \{\emptyset, \{A\}, \{A, C\}, \{C\}\}$ .

## Grupo II

Modele o seguinte sistema com uma estrutura.

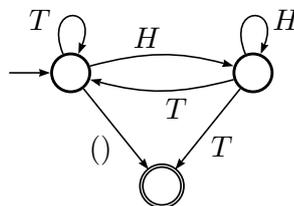
Um tesouro, também conhecido como dicionário de ideias afins, agrupa listas de palavras de acordo com similaridade do seu significado (contendo sinónimos e antónimos). Considere que cada entrada do tesouro mantém a seguinte informação: (a) a palavra, (b) um conjunto (finito) de sinónimos e (c) um conjunto (finito) de antónimos.

1. Modele o conjunto de estados de um tesouro com o conjunto *STHES*.
2. Defina (com uma função ou relação) a operação sobre *STHES* que adiciona uma entrada ao tesouro, assumindo que a palavra a inserir ainda não tem entrada no tesouro.
3. Defina (com uma função ou relação) a operação sobre *STHES* que dada uma palavra retira a entrada correspondente do tesouro, se tal entrada existir.
4. Defina (com uma função ou relação) a operação sobre *STHES* que adiciona uma entrada ao tesouro e que, se a entrada para essa palavra já existir, adiciona os conjuntos de sinónimos e antónimos à entrada já existente.
5. Defina (com uma função ou relação) a operação sobre *STHES* que dada uma palavra, retorna o conjunto dos seus antónimos e sinónimos.
6. Defina (com uma função ou relação) a operação sobre *STHES* que dadas duas palavras, verifica se essas palavras estão relacionadas. Considere que duas palavras estão relacionadas se têm sinónimos comuns.

## Grupo III

A Alice e o Bernardo, aborrecidos, decidiram inventar um jogo com base em atirar uma moeda ao ar até aparecer um determinado padrão. A moeda é atirada ao ar **consecutivamente**, e o jogo acaba quando o padrão desejado é obtido. A sua tarefa é ajudar a Alice e o Bernardo, a decidir quando é que o padrão foi atingido. Considere o alfabeto  $\Sigma = \{H, T\}$ , onde *H* corresponde a cara (Head) e *T* a coroa (Tail). Aqui chamamos padrão a uma sequência de jogadas.

1. Especifique um autómato finito determinista (DFA) que só aceite padrões com pelo menos uma jogada.
2. Especifique um DFA que só aceite padrões que comecem por *HH*.
3. Especifique um DFA que só aceite padrões que terminem em *TT*.
4. Especifique um autómato finito (determinista ou não) que só aceite padrões que comecem em *HHTH* ou acabam em *THHH*.
5. Considere o seguinte autómato finito não-determinista:



Indique quais dos seguintes padrões são aceites pelo autómato apresentado.

- (a)  $()$
- (b)  $TTT$
- (c)  $HHT$
- (d)  $TTH$
- (e)  $TTHTHT$
- (f)  $HTHTTTHTTH$

## Grupo IV

1. Considere o alfabeto  $\Sigma = \{a, b, c\}$  e a seguinte expressão regular sobre o mesmo (Recorde que  $E^+ = EE^*$ ):

$$(ab + ba)^*(abb + bc)^+(b + ab)^*$$

Justifique se cada uma das seguintes 5 palavras pertencem à linguagem denotada pela expressão regular:

(a) ababbab (b) abbabcabbab (c) abbcabba (d) abbabbbab (e) abbaab

2. Considere o alfabeto  $\Sigma = \{a, b, c\}$ :

(a) Especifique um DFA que reconheça a linguagem especificada por  $(abc + cba)^+$

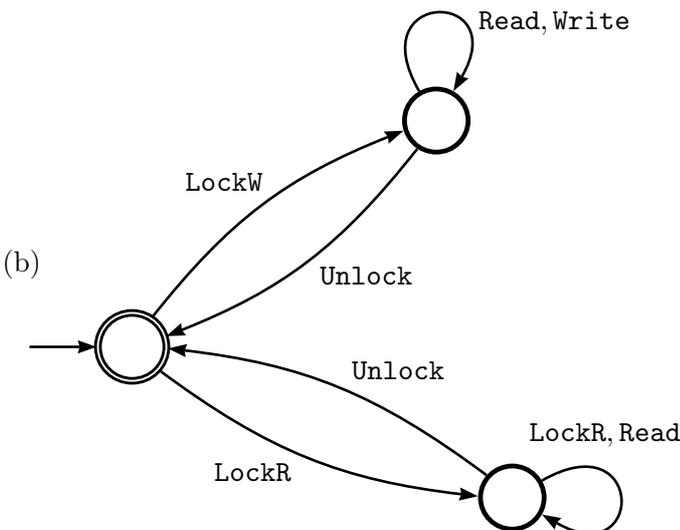
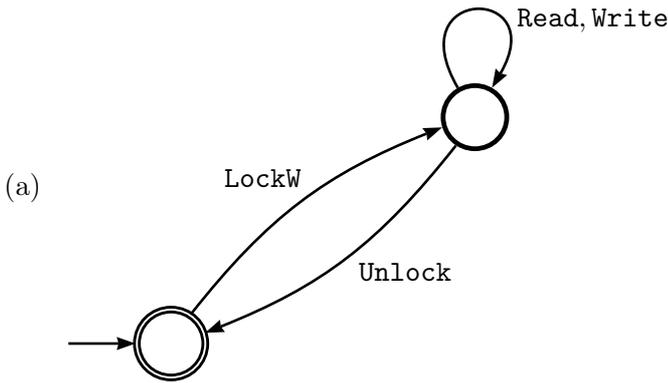
(b) Especifique um DFA que reconheça a linguagem especificada por  $(abc + cba)^+(ba + bc)^*$

(Não precisa de usar nenhuma técnica sofisticada para resolver este exercício: queremos basicamente avaliar se consegue perceber a linguagem denotada pela expressão regular, e depois exprimi-la através de um DFA que a reconheça).

3. Considere o alfabeto  $\Sigma = \{\text{LockW}, \text{LockR}, \text{Read}, \text{Write}, \text{Unlock}\}$ , usado para definir traços do protocolo N leitores e 1 escritor, que especificam o acesso a memória partilhada por vários processos.

Para cada um dos seguintes dois DFAs, proponha uma expressão regular sobre  $\Sigma$  que denote a linguagem por si reconhecida.

(Não precisa de usar nenhuma técnica sofisticada para resolver este exercício: queremos basicamente avaliar se consegue perceber a linguagem reconhecida pelo autómato, e depois exprimi-la através de uma expressão regular).



4. Justifique se em cada um dos pares de expressões regulares representam (ou não) a mesma linguagem.

(I)  $(abb + bab)^*$  e  $((ab + ba)b)^*$       (II)  $(a + b)c$  e  $c(a + b)$       (III)  $(b + a)(a + b)^*$  e  $(a + b)^*(a + b)$